



**Provas de Acesso ao Ensino Superior
Para Maiores de 23 Anos**

Candidatura de 2018

Exame de Matemática

Tempo para realização da prova: 2 horas

Tolerância: 30 minutos

Material admitido: *exclusivamente material de escrita*

A prova é constituída por duas partes, designadas por Parte I e Parte II.

- **A Parte I** inclui 7 questões de escolha múltipla.
 - Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais apenas uma está correta.
 - Se apresentar mais do que uma resposta ou se a resposta for ilegível, a questão será anulada.
 - Não apresente cálculos nem justificações neste grupo de questões.
 - Escreva na folha de respostas **apenas a letra** correspondente à alternativa que considera correta.

- **A Parte II** inclui 6 questões de resposta aberta.
 - Nas questões desta parte, apresente de forma clara o seu raciocínio, indicando todos os cálculos que efetuar e todas as justificações que considerar necessárias.
 - Nas aproximações numéricas, quando necessárias, deve ser usada a aproximação às centésimas.
 - A avaliação incidirá sobre a qualidade das justificações e tipo de cálculos apresentados, para além do grau de acerto atingido, por cada resposta dada.

GRELHA DE COTAÇÃO DA PROVA

QUESTÕES	COTAÇÃO (valores)
PARTE I	
1.	1
2.	1
3.	1
4.	1
5.	1
6.	1
7.	1
TOTAL DA PARTE I	7
PARTE II	
1.	1,5
2.	1,5
3.1	1,5
3.2	1,0
4.1	1,0
4.2	1,0
4.3.....	1,0
5.1.....	1,0
5.2	2,0
6.1	0,5
6.2	1,0
TOTAL DA PARTE II	13
TOTAL DA PROVA	20

FORMULÁRIO

NÚMEROS

Valor aproximado de π (pi): 3,14159

GEOMETRIA

Perímetro do círculo: $2 \pi r$, sendo r a medida do raio do círculo

Áreas

Paralelogramo: $Base \times Altura$

Losango: $\frac{Diagonal\ maior \times Diagonal\ Menor}{2}$

Trapézio: $\frac{Base\ maior + Base\ menor}{2} \times Altura$

Polígono Regular: $\frac{Perímetro}{2} \times Altura$

Círculo: πr^2 , sendo r a medida do raio do círculo

Superfície esférica: $4 \pi r^2$, sendo r a medida do raio da esfera

Volumes

Prisma e cilindro: $Área\ da\ base \times Altura$

Pirâmide e cone: $\frac{Área\ da\ base \times Altura}{3}$

Esfera: $\frac{4\pi r^3}{3}$, sendo r a medida do raio da esfera

ÁLGEBRA

Fórmula resolvente de uma equação do 2º grau da forma $ax^2 + bx + c = 0$:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

TRIGONOMETRIA

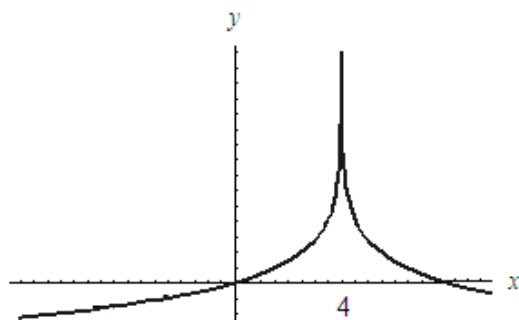
Fórmula fundamental: $\text{sen}^2(x) + \text{cos}^2(x) = 1$

Relação da tangente com o seno e o cosseno: $\text{tg}(x) = \frac{\text{sen}(x)}{\text{cos}(x)}$

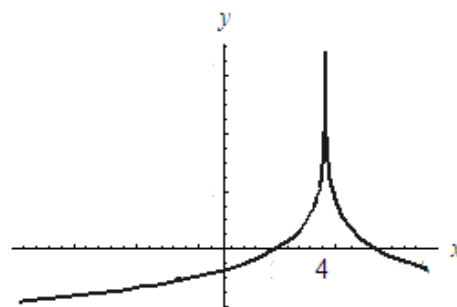
Parte I

1. Seja $f: \mathcal{R} \setminus \{4\} \rightarrow \mathcal{R}$ a função definida por $f(x) = \ln \left| \frac{10}{x-4} \right|$. Qual dos gráficos seguintes pode ser o gráfico de f ?

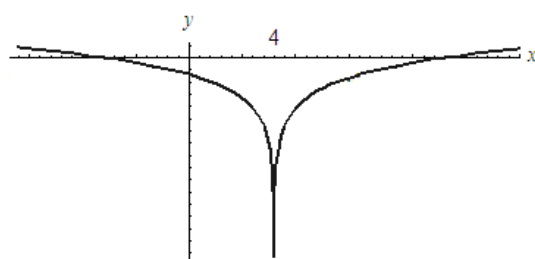
A)



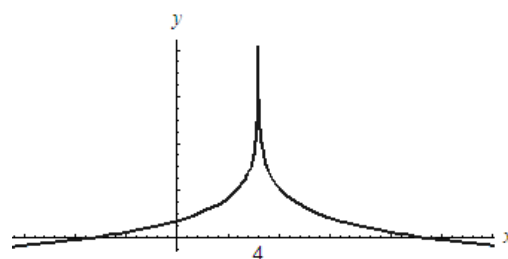
C)



B)



D)



2. Qual das seguintes opções é correta para todo $x \in \mathcal{R}$?

(I) $\sqrt[3]{|x|} = |\sqrt[3]{x}|$; (II) $\frac{x-1}{x-1} = 1$; (III) $\sqrt{x^2} = |x|$; (IV) $\sqrt{x^2} = x$;

A) Só a I.

C) Só a I e a III.

B) Todas.

D) Só a I e a IV.

3. O valor de $3^{4+\log_3(a^2+2a+1)}$ é igual a:

A) $32 + a^2 + 2a$.

C) $3^4 + (a+1)^2$.

B) $81 + \log_3(a^2 + 2a + 1)$.

D) $81(a+1)^2$.

4. Indique qual das inequações seguintes é equivalente à inequação:

$$2x - (x-1)^3 > 2x^2 - 3x$$

A) $-x^3 + x^2 + 2x + 1 > 0$

C) $-x^3 - 5x^2 + 8x - 1 > 0$

B) $x^3 + x^2 + 2x + 1 > 0$

D) $x^3 - 5x^2 + 8x - 1 > 0$

5. Seja (u_n) a sucessão cujo termo geral é dado pelo volume de cada um dos cubos que se obtém como mostra a Figura 1.

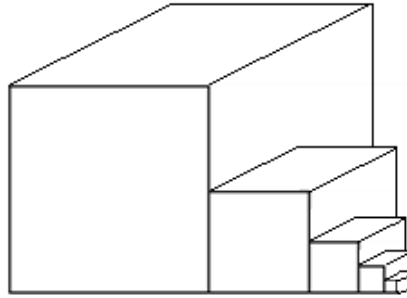


Figura 1

A aresta do cubo maior é 3, sendo a aresta de cada cubo seguinte $\frac{2}{3}$ da aresta do cubo anterior. Nessas condições, o termo geral da sucessão (u_n) é:

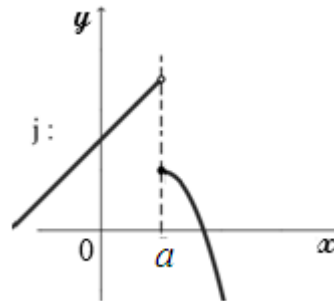
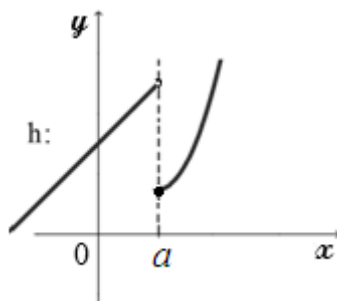
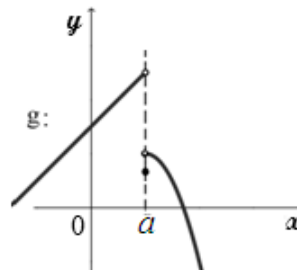
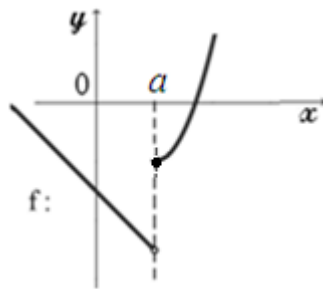
A) $\frac{2^{3n-3}}{3^n}$

C) $\frac{2^{3n-3}}{3^{3n-6}}$

B) $\left(\frac{2}{3}\right)^{n-3} \times 27$

D) $\frac{2^{n-3}}{3^{n-2}}$

6. Quais das funções, cujos gráficos são os seguintes, têm um mínimo relativo em $x = a$?



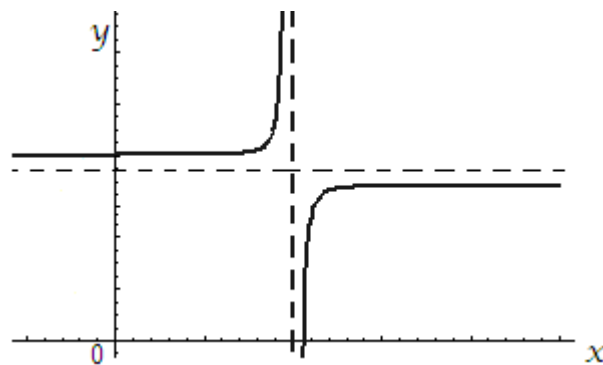
A) $g, h, j.$

C) $f, g, h.$

B) $g, h.$

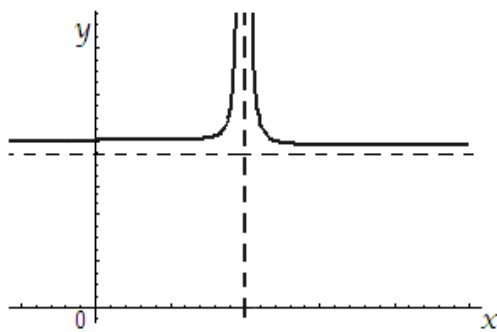
D) $j, g.$

7. Seja f a função real de variável real cujo gráfico é:

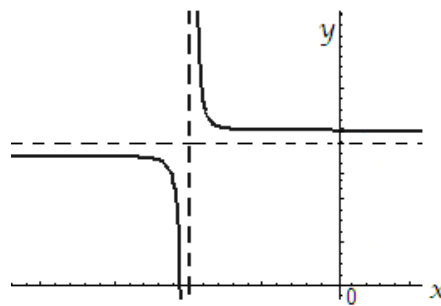


Então,

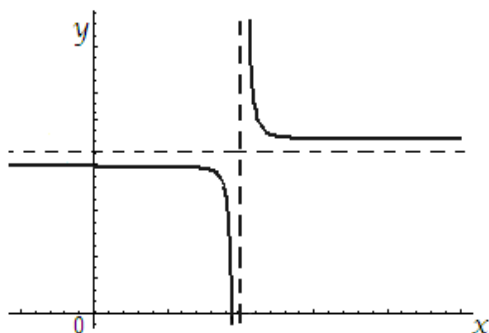
A) um gráfico de $f(-x)$ é



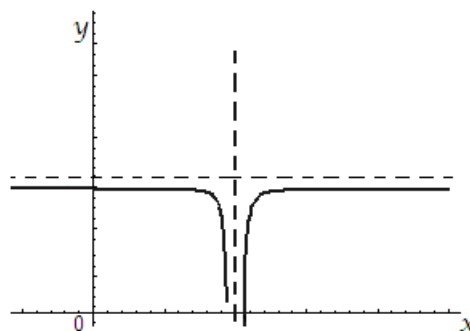
C) um gráfico de $f(-x)$ é



B) um gráfico de $-f(x)$ é



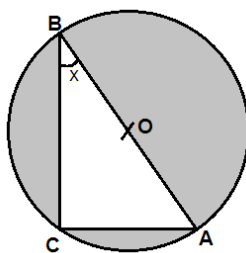
D) um gráfico de $-f(x)$ é



Parte II

1. A figura abaixo representa um círculo de centro O e raio r no qual está inscrito um triângulo $[ABC]$, sendo x o ângulo CBA . Mostre que a área da região sombreada é dada por

$$A(x) = r^2(\pi - 2 \operatorname{sen} x \cos x)$$



2. Pretende-se ligar uma fábrica a uma central de tratamento de resíduos por meio de uma conduta. Sendo x o comprimento da conduta em quilómetros e sabendo que o preço da colocação da conduta, em milhões de euros, é dado, em função de x , por,

$$P(x) = 60 - 15x + 25\sqrt{x^2 - 4}, \text{ onde } x \in]0, 4[,$$

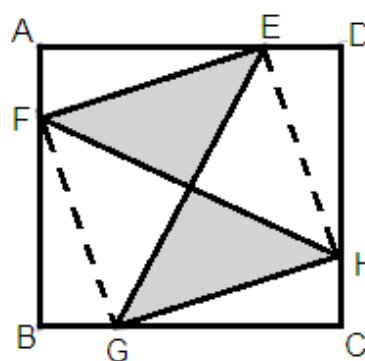
determine o valor de x para o qual o preço da colocação da conduta seja de 60 milhões de euros.

3. Na figura ao lado está representado um quadrado $[ABCD]$ cuja medida da área é igual a 100 cm^2 .

Os pontos E , F , G e H pertencem aos lados desse quadrado, onde $\overline{AE} = \overline{BF} = \overline{CG} = \overline{DH}$ e $\overline{AE} = 3 \overline{ED}$.

- 3.1. Qual é a medida do perímetro da região sombreada?

- 3.2. Qual é a medida da área da região a sombreada?



4. Considere num referencial ortonormado de origem O , os pontos $A(-1,4)$, $B(0,2)$ e $C(3,-4)$.

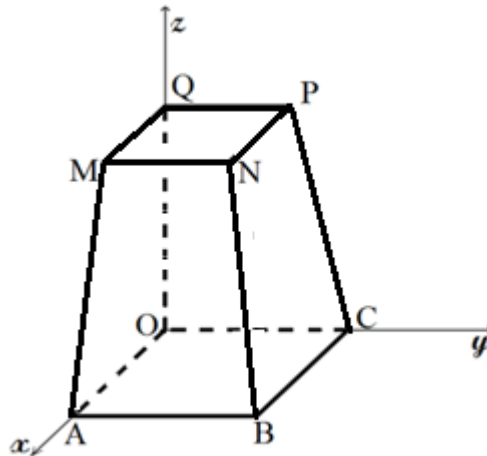
Determine:

- 4.1. A amplitude do ângulo BOC .

- 4.2. Um vetor \vec{u} paralelo ao vetor \overrightarrow{AC} , tal que $||\vec{u}|| = 5$.

- 4.3. Uma equação da circunferência que tem $[AB]$ por diâmetro.

5. No referencial ortonormado $Oxyz$ está representado um tronco de pirâmide quadrangular oblíqua no qual as faces $[AOQM]$, $[OCPQ]$ e $[OABC]$ estão sobre os planos xOz , yOz e xOy , respetivamente. As faces $[OABC]$ e $[QMNP]$ são **quadrados** situados em **planos paralelos**, sendo $\overline{OA} = 4$, $\overline{OQ} = 6$ e $\overline{QP} = 2$.



- 5.1. Escreva uma equação do plano mediador do segmento $[ON]$.
- 5.2. A reta que passa no ponto M e é paralela ao vetor \overrightarrow{QB} intersesta o plano yOz num ponto W . Determine as coordenadas de W .
6. Para angariar fundos para uma viagem de estudo, a turma da Ana organizou um sorteio em que o prémio era um livro de Saramago. Fizeram-se 80 rifas numeradas de 0 a 79 e a Ana comprou as rifas com os números 1, 11, 21, 31 e 34.
- Calcule:
- 6.1. A probabilidade da Ana ganhar o livro.
- 6.2. A probabilidade da Ana ganhar o livro dado que saiu uma rifa com um número menor do que 30.

FIM