Provas de Acesso ao Ensino Superior

Para Maiores de 23 Anos

Candidatura de 2023

EXAME DE MATEMÁTICA

Tempo para a realização da prova: 2 horas
Tolerância: 30 minutos

Material admitido: *material de escrita e uma calculadora científica sem capacidade gráfica*

A prova é constituída por duas partes, designadas por Parte I e Parte II.

- **A Parte I** inclui 10 questões de escolha múltipla.

– Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais apenas uma está correta.

– Se apresentar mais do que uma resposta, ou se a resposta for ilegível, a questão será anulada.

– Não apresente cálculos nem justificações neste grupo de questões.

– Escreva na folha de respostas o número de cada questão, indicando **apenas a letra** correspondente à alternativa que considera correta, como se mostra a seguir, caso na questão 1 tenha selecionado a opção A.

Exemplo: 1. (A)

- **A Parte II** inclui 4 questões de resposta aberta.

– Nas questões desta parte, apresente de forma clara o seu raciocínio, indicando todos os cálculos que efetuar e todas as justificações que considerar necessárias.

– Apresente os resultados de forma exata, na sua forma mais simplificada, sem usar aproximações decimais.

– A avaliação incidirá sobre a qualidade das justificações e tipo de cálculos apresentados, para além do grau de acerto atingido, por cada resposta dada.

GRELHA DE COTAÇÃO DA PROVA

QUESTÕES	COTAÇÃO (valores)
PARTE I	
1. ……………………………………………………………	0,7
2. ……………………………………………………………	0,7
3. ……………………………………………………………	0,7
4. ……………………………………………………………	0,7
5. ……………………………………………………………	0,7
6. ……………………………………………………………	0,7
7. ……………………………………………………………	0,7
8. ……………………………………………………………	0,7
9. ……………………………………………………………	0,7
10. ……………………………………………………………	0,7
TOTAL DA PARTE I	**7**
PARTE II	
1.1……………………………………………………………	0,5
1.2……………………………………………………………	0,9
1.3 ……………………………………………………………	1,2
1.4 ……………………………………………………………	0,5
1.5……………………………………………………………	0,3
2 ……………………………………………………………	1,8
3.1……………………………………………………………	0,8
3.2……………………………………………………………	1,8
4.1 ……………………………………………………………	0,8
4.2……………………………………………………………	2,1
4.3 ……………………………………………………………	0,9
4.4 ……………………………………………………………	1,4
TOTAL DA PARTE II	**13**
TOTAL DA PROVA	**20**

FORMULÁRIO

GEOMETRIA

Perímetro do círculo: $P = 2\pi r$, sendo r a medida do raio do círculo

Áreas

Paralelogramo: $A = Base \times Altura$

Losango: $A = \frac{Diagonal\ maior \times Diagonal\ menor}{2}$

Trapézio: $A = Altura \times \frac{Base\ maior + Base\ menor}{2}$

Polígono Regular: $A = \frac{Perímetro}{2} \times Altura$

Círculo: $A = \pi r^2$, sendo r a medida do raio do círculo

Volumes

Prisma e cilindro: $V = Área\ da\ base \times Altura$

Pirâmide e cone: $V = \frac{Área\ da\ base \times Altura}{3}$

Esfera: $V = \frac{4\pi r^3}{3}$, sendo r a medida do raio da esfera

ÁLGEBRA

$$ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

TRIGONOMETRIA

$$sen^2(x) + cos^2(x) = 1; \qquad tg(x) = \frac{sen\,(x)}{cos\,(x)}$$

PROGRESSÕES

Progressão aritmética

Termo geral: $u_n = u_1 + (n-1) \times r$

Soma dos *n* primeiros termos consecutivos da p. a.: $S_n = \frac{u_1 + u_n}{2} \times n$

Progressão geométrica

Termo geral: $u_n = u_1 \times r^{n-1}$

Soma dos *n* primeiros termos consecutivos da p. g.: $S_n = u_1 \times \frac{1-r^n}{1-r}$

Parte I

1. Um certo conjunto de cartas de jogar é constituído por doze cartas vermelhas e por algumas cartas pretas. Escolhe-se ao acaso, uma carta deste conjunto. Sabe-se que a probabilidade da carta escolhida ser vermelha é 75%. Quantas cartas pretas há neste conjunto?

A) 3 B) 4 C) 6 D) 9

2. Os alunos da turma da Marta combinaram encontrar-se no Parque das Nações. Cada um deles utilizou apenas um meio de transporte para chegar ao parque.
Na tabela que se segue, podes observar os meios de transporte usados e o número de alunos que utilizou cada um deles.

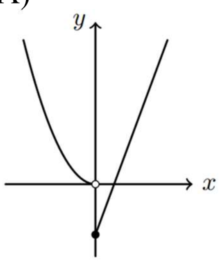
Transporte	Comboio	Metropolitano	Autocarro	Bicicleta
Nº de alunos	9	12	6	3

Escolhendo, ao acaso, um aluno da turma da Marta, qual dos seguintes valores é o da probabilidade de esse aluno **não** ter ido de autocarro?

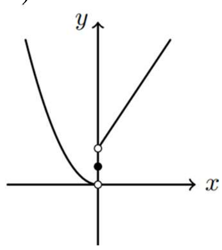
A) 60% B) 70% C) 80% D) 90%

3. Em qual das opções seguintes está representada graficamente, em referencial o.n. *Oxy*, uma função que tem um mínimo em $x = 0$?

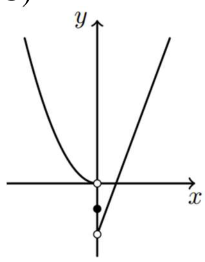
A)



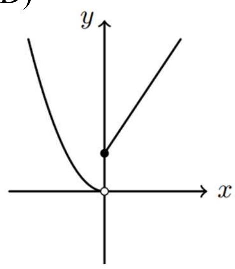
B)



C)



D)



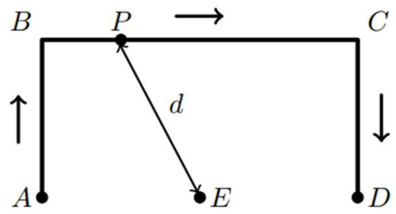
4. De uma função *f*, de domínio [-4,5], e **contínua** em todo o domínio, sabe-se que:

- $f(-4) = 6;$ $f(2) = -1;$ $f(5) = 1$
- f é estritamente decrescente no intervalo [-4,2]
- f é estritamente crescente no intervalo [2,5]

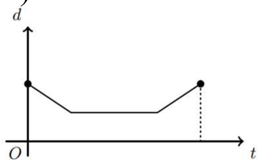
Quantas soluções tem a equação $f(x) = 0$?

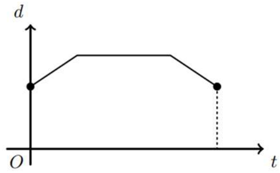
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3

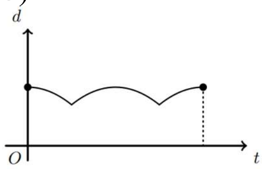
5. Na figura ao lado está representado o trajeto de um ponto P. O ponto iniciou o seu percurso em A e só parou em D, tendo passado por B e por C.
Para cada posição do ponto P, seja t o tempo decorrido desde o início do percurso e seja d a distância do ponto P ao ponto E.

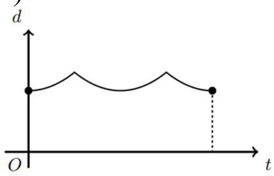


Qual dos gráficos seguintes pode relacionar corretamente as variáveis t e d ?

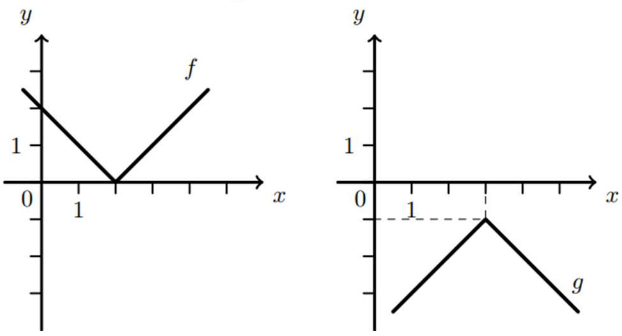
A)


B)


C)


D)


6. No lado esquerdo da figura seguinte está representada graficamente a função f e no lado direito está representada graficamente a função g.

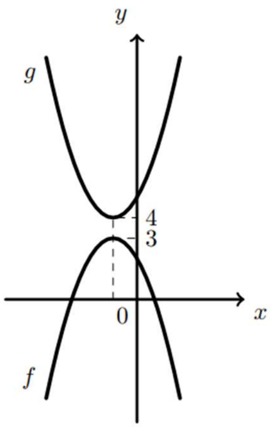


Qual das igualdades seguintes é verdadeira?

A) $g(x) = -f(x+1) - 1$ B) $g(x) = -f(x-1) - 1$

C) $g(x) = f(x+1) - 1$ D) $g(x) = f(x-1) + 1$

7. Na figura ao lado está representado num referencial o.n. Oxy duas parábolas geometricamente iguais, que são os gráficos de duas funções quadráticas, f e g.
Os vértices das duas parábolas têm a mesma abcissa.
A ordenada de um dos vértices é igual a 3 e ordenada do outro vértice é igual a 4.



Qual das expressões seguintes define a função g?

A) $-f(x) + 7$ B) $-f(x) + 1$

C) $-(f(x) + 1)$ D) $-(f(x) + 7)$

8. Considere uma progressão geométrica não monótona u_n.
Sabe-se que $u_3 = \frac{1}{12}$ e que $u_{18} = 4u_{20}$.
Qual das seguintes opções é o termo geral de u_n ?

A) $\frac{1}{3}\left(-\frac{1}{2}\right)^n$ B) $-\frac{2}{3}\left(-\frac{1}{2}\right)^n$ C) $\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ D) $-\frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

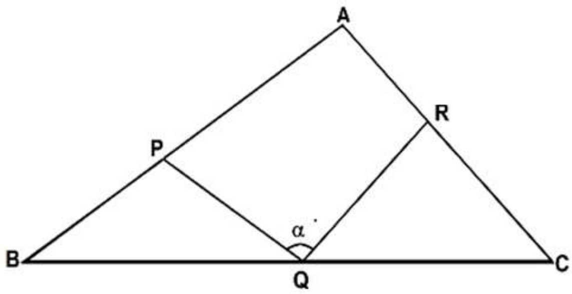
9. De uma progressão aritmética sabe-se que o terceiro termo é igual a 4 e que a soma dos doze primeiros termos é igual a 174.

Qual é a ordem do termo que tem como valor 13?

A) 4.º B) 5.º C) 6.º D) 7.º

10. Da figura representada ao lado, sabe-se que:

- $\overline{PB} = \overline{PQ}$
- $\overline{RQ} = \overline{RC}$



Podemos concluir que a amplitude do ângulo α é:

A) Maior do que a amplitude do ângulo no vértice *A*.

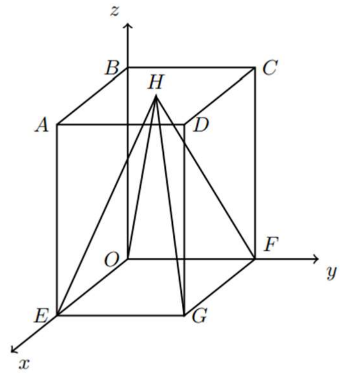
B) Igual à média aritmética das amplitudes dos ângulos nos vértices *B* e *C*.

C) Sempre maior do que a média aritmética das amplitudes dos ângulos nos vértices *B* e *C*.

D) Igual à amplitude do ângulo no vértice *A*.

Parte II

1. Na figura ao lado está representado, num referencial o.n. *Oxyz*, um prisma quadrangular reto regular [ADCBOEGF], de base [OEGF], que contém uma pirâmide quadrangular reta regular [HOEGF], de vértice H.
A unidade de medida usada no referencial é o metro.



Sabemos que:
- O ponto H pertence ao plano [ADC].
- A altura da pirâmide é 6 metros.
- O ponto G tem coordenadas (4,4,0).

1.1 Determine, justificando, as coordenadas do ponto H.

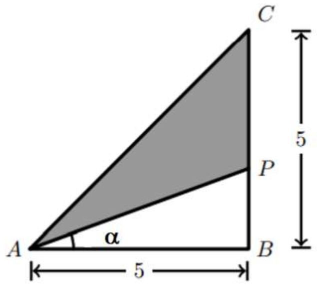
1.2 Determine $\overline{EC}$.

1.3 Calcule a área lateral da pirâmide.

1.4 Calcule a área total do prisma.

1.5 Determine o volume da pirâmide.

2. Na figura ao lado, está representado um triângulo retângulo [ABC], cujos catetos [AB] e [BC] medem 5 unidades.
Considere que:



- O ponto P pertence ao segmento de reta [BC].
- A amplitude do ângulo BAP, em graus, é α.

Mostre, justificando, que o perímetro do triângulo [APC] é dado por

$$5\left(\frac{1-sen(\alpha)}{cos\ (\alpha)}+1+\sqrt{2}\right)$$

3. Considere as funções *f* e *g,* definidas por

$$f(x)=x^3+3x^2-9x-11 \qquad \text{e} \qquad g(x)=\frac{x-1}{x+1}.$$

Seja P o ponto de interseção das assíntotas do gráfico da função *g*.
Para um certo número real *k*, o ponto P pertence ao gráfico da função *h*, definida por

$$h(x)=f(x)+k.$$

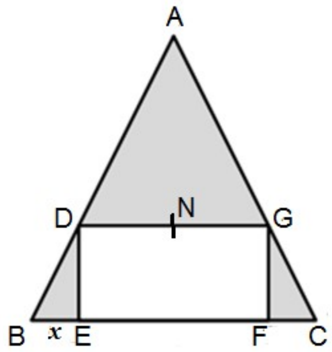
Determine, justificando:

3.1 O valor de *k*.

3.2 O conjunto solução de $g(x)\geq -2$.

Apresente a sua resposta, utilizando a notação de intervalos de números reais.

4. Considere, na figura ao lado, o triângulo isósceles [ABC], com base [BC].
Sabe-se que:
- A altura do triângulo, relativa à base, é de 16 metros.
- O lado [EF] do retângulo [DEFG] está contido em [BC].
- Os vértices D e G pertencem a [AB] e a [AC], respetivamente.
- $\overline{BC} = 8\ m$
- N é o ponto médio de [DG]



Seja x a distância, em metros, do ponto B ao ponto E. Sabe-se que $x \in]0,4[$.

4.1 Mostre que o triângulo [ADN] é semelhante ao triângulo [BED].

4.2 Mostre que a área da região sombreada da figura, em função de x, é dada por

$$S(x) = 8x^2 - 32x + 64$$

4.3 Determine, sem recorrer à função derivada, o valor de x para o qual a área da região sombreada da figura é mínima e calcule essa área.

4.4 Determine o conjunto dos valores exatos de x para os quais a área da região sombreada da figura é superior ou igual a $40\ m^2$. Apresente a sua resposta, utilizando a notação de intervalos de números reais.

FIM