

Candidato n.º \_\_\_\_\_

## REDE SUL E ILHAS

### PROVA DE AVALIAÇÃO DE CONHECIMENTOS E COMPETÊNCIAS PARA ACESSO AO ENSINO SUPERIOR DE ALUNOS DE CURSOS DAS VIAS PROFISSIONALIZANTES

Data da realização da Prova: 24-07-2020

#### PARTE B

#### MATEMÁTICA

Classificação obtida: \_\_\_\_\_

#### NORMAS

- As respostas devem ser dadas nos espaços previstos para tal, sem usar as margens ou as entrelinhas.
- Identifique e numere todas as folhas de prova com o número que lhe foi atribuído.
- Deverá ser utilizada caneta ou esferográfica azul ou preta.
- Não é permitido o uso de corretor.
- Não é permitida a utilização de qualquer dispositivo de comunicação móvel.
- É permitida a utilização de calculadora gráfica e de régua.
- A prova inclui um formulário para as questões do grupo I na página 2.
- As cotações da prova estão disponíveis na página 14.
- Todas as respostas devem ser assinaladas com uma cruz .

#### CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO

- As respostas ilegíveis ou que não possam claramente ser identificadas serão classificadas com zero pontos.
- Só serão consideradas as respostas que apresentem de forma inequívoca as opções assinaladas. Caso seja apresentada mais que uma resposta para cada questão, a cotação atribuída nessa questão será de zero pontos.
- Nas questões optativas, caso sejam resolvidas mais questões que as indicadas, serão consideradas as primeiras respostas.

## GRUPO I – Estatística e Probabilidade

### FORMULÁRIO

#### **Teorema da Probabilidade Total e Regra de Bayes**

$$\begin{aligned} P(A) &= P(A \cap B_1) + P(A \cap B_2) + P(A \cap B_3) = \\ &= P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + P(B_3)P(A|B_3) \end{aligned}$$

$$P(B_k|A) = \frac{P(A \cap B_k)}{P(A)} = \frac{P(B_k)P(A|B_k)}{P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + P(B_3)P(A|B_3)}$$

Podendo  $k$  tomar os valores 1, 2 ou 3.

#### **Modelo Normal**

Se  $X$  é  $N(\mu, \sigma)$ , então:

$$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \approx 0,6827$$

$$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0,9545$$

$$P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \approx 0,9973$$

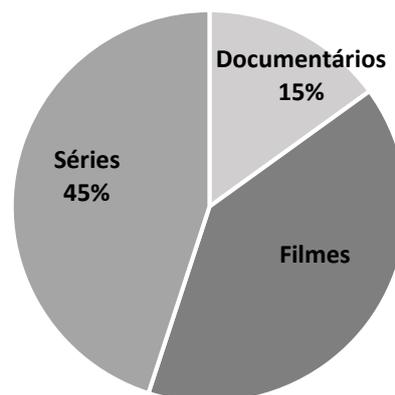
Candidato n.º \_\_\_\_\_

## QUESTÕES OBRIGATÓRIAS

1. Uma empresa fornecedora de filmes, séries e documentários de televisão via *streaming*, chamada StreamFlix, no início de cada mês, adiciona ao catálogo novos conteúdos, entre filmes, séries e documentários. Ao longo do mês, a plataforma vai apresentando sugestões aos utilizadores e realizando inquéritos para conhecer as suas preferências e características.

Foram inquiridos 200 utilizadores jovens da plataforma StreamFlix sobre as suas preferências, tendo sido obtidos os seguintes resultados:

Preferências dos utilizadores



Nas questões seguintes, selecione a única opção correta.

- 1.1. Classifique a variável em estudo.

- |   |   |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> (A) Discreta           | <input type="checkbox"/> (D) Numérica           |
| <input type="checkbox"/> (B) Categórica nominal | <input type="checkbox"/> (E) Categórica ordinal |
| <input type="checkbox"/> (C) Contínua           | <input type="checkbox"/> (F) Quantitativa       |

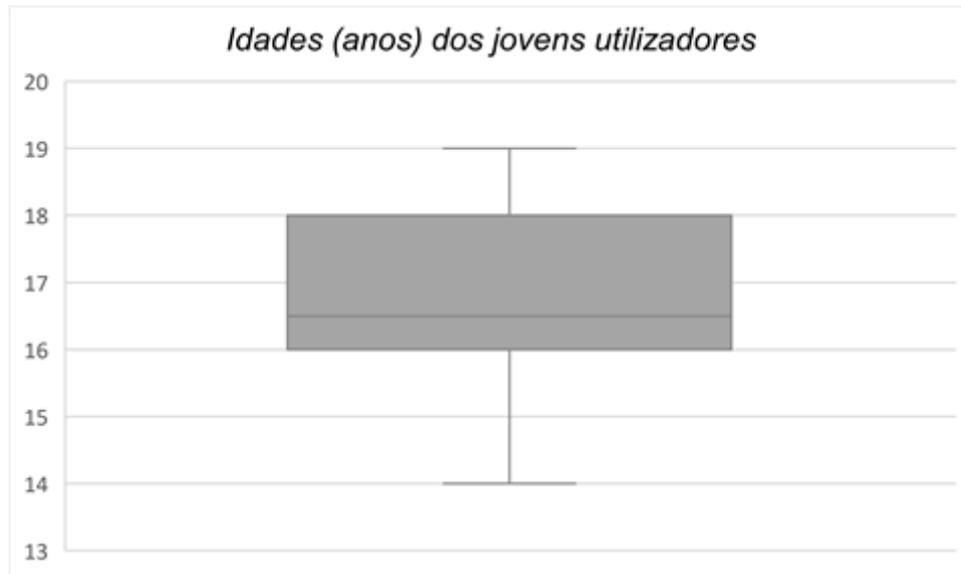
- 1.2. Indique a percentagem de jovens que responderam ter preferência por Filmes.

- |                                  |                                  |
|----------------------------------|----------------------------------|
| <input type="checkbox"/> (A) 15% | <input type="checkbox"/> (D) 40% |
| <input type="checkbox"/> (B) 45% | <input type="checkbox"/> (E) 60% |
| <input type="checkbox"/> (C) 55% | <input type="checkbox"/> (F) 90% |



Candidato n.º \_\_\_\_\_

2.2. Com base no diagrama de extremos e quartis (caixa e bigodes) relativo às idades dos jovens utilizadores, verifica-se que:



- (A) 25% dos utilizadores têm idade igual ou superior a 19 anos
- (B) 25% dos utilizadores têm idade igual ou inferior a 14 anos
- (C) 75% dos utilizadores têm idade igual ou superior a 18 anos
- (D) 50% dos utilizadores têm no máximo 16 anos
- (E) 50% dos utilizadores têm idade entre 16 anos e 18 anos
- (F) 75% dos utilizadores têm idade igual ou inferior a 17 anos

Candidato n.º \_\_\_\_\_

### QUESTÕES OPTATIVAS

Resolva apenas uma questão de entre as questões 3 e 4.

3. A empresa StreamFlix inquiriu os seus utilizadores acerca da relação entre o rendimento mensal familiar e as despesas mensais (em milhares de euros).  
Para uma amostra de 10 famílias obteve os seguintes resultados:

Rendimento familiar	0,5	0,8	1	2,7	1,3	2,5	1,5	2	1,8	3
Despesas	0,3	0,6	0,8	1,6	0,5	1,1	1	1,5	1	1,5

Nas questões seguintes, selecione a única opção correta.

- 3.1. O modelo de regressão linear obtido a partir dos dados apresentados na tabela, tendo como variável dependente as despesas mensais é:

- (A)  $y = 2,774x - 4,652$                        (D)  $y = 2,774x + 4,652$   
 (B)  $y = 0,474x - 0,179$                        (E)  $y = 0,474x + 0,179$   
 (C)  $y = 3,521x + 2,312$                        (F)  $y = 3,521x - 2,312$

- 3.2. Estime, com base nesse modelo, as despesas mensais de uma família com um rendimento familiar mensal de 2,5 milhares de euros.

- (A) 1,364     (D) 11,115  
 (B) 2,283     (E) 11,587  
 (C) 0,673     (F) 2,312

Candidato n.º \_\_\_\_\_

4. A empresa StreamFlix pretende analisar os resultados dos inquéritos que realiza mensalmente e cruzar essa informação com a sua oferta de conteúdos.

Nas questões seguintes, selecione a única opção correta.

- 4.1. No início de cada mês, a empresa adiciona novos conteúdos ao catálogo. Destes, 40% são filmes, 45% são séries e 15% são documentários. No caso dos filmes 40% têm classificação para maiores de 14 anos, no caso das séries 50% têm classificação para maiores de 14 anos e nos documentários 90% têm esta classificação.

Determine a probabilidade de um conteúdo, selecionado aleatoriamente, ter classificação para maiores de 14 anos.

- |                                   |                                   |
|-----------------------------------|-----------------------------------|
| <input type="checkbox"/> (A) 0,52 | <input type="checkbox"/> (D) 0,42 |
| <input type="checkbox"/> (B) 0,23 | <input type="checkbox"/> (E) 0,31 |
| <input type="checkbox"/> (C) 0,16 | <input type="checkbox"/> (F) 0,90 |

- 4.2. Admita que  $X$  é a variável aleatória que representa o tempo de visualização diária dos utilizadores da StreamFlix. Dados recentes permitem assumir  $X$  como tendo uma distribuição Normal de média 120 minutos e desvio padrão de 30 minutos.

Calcule a probabilidade de um utilizador da StreamFlix, selecionado aleatoriamente, ver menos de 90 minutos por dia (arredondada a 4 casas decimais).

- |                                     |                                     |
|-------------------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> (A) 0,6827 | <input type="checkbox"/> (D) 0,0014 |
| <input type="checkbox"/> (B) 0,1587 | <input type="checkbox"/> (E) 0,0228 |
| <input type="checkbox"/> (C) 0,3173 | <input type="checkbox"/> (F) 0,9996 |



Candidato n.º \_\_\_\_\_

Candidato n.º \_\_\_\_\_

**GRUPO II – Estudo de Funções Polinomiais; Taxa de variação;  
Otimização; Funções de Crescimento**

**QUESTÕES OBRIGATÓRIAS**

5. Uma determinada empresa transporta um tipo de caixas em forma de paralelepípedo com largura  $x$ , comprimento  $y$  e altura  $z$ , que satisfazem as seguintes condições:

$$x + y = 3 \text{ m} \quad \text{e} \quad x + z = 4 \text{ m}$$

Seja  $f(x)$  a função que representa o volume, em  $m^3$ , de uma caixa de largura igual a  $x$  metros.

Nas questões seguintes, selecione a única opção correta.

5.1. Indique a expressão e o domínio da função  $f(x)$ .

- (A)  $f(x) = (4 - x)(3 - x)$ ,  $x \in ]0, 3[$        (D)  $f(x) = x(3 - x)^2$ ,  $x \in ]0, 3[$   
 (B)  $f(x) = x^2(3 - x)(4 - x)$ ,  $x \in ]0, 4[$        (E)  $f(x) = x^3 + 4x^2 + 6x$ ,  $x \in ]0, 4[$   
 (C)  $f(x) = -x^3 + 2x + 7$ ,  $x \in ]0, 3[$        (F)  $f(x) = x^3 - 7x^2 + 12x$ ,  $x \in ]0, 3[$

5.2. A empresa transporta ainda um outro tipo de caixas, também em forma de paralelepípedo, cujo volume é dado em  $m^3$  pela seguinte função da largura  $x$  (em metros):

$$g(x) = x(3 - x)^2, x \in ]0, 3[$$

Indique as dimensões da caixa deste tipo que tem o volume máximo.

- (A)  $x = 1 \text{ m}; y = 1 \text{ m}; z = 1 \text{ m}$        (D)  $x = 1,5 \text{ m}; y = 1,5 \text{ m}; z = 1,5 \text{ m}$   
 (B)  $x = 1 \text{ m}; y = 2 \text{ m}; z = 2 \text{ m}$        (E)  $x = 2 \text{ m}; y = 2 \text{ m}; z = 2 \text{ m}$   
 (C)  $x = 2 \text{ m}; y = 1 \text{ m}; z = 1 \text{ m}$        (F)  $x = 3 \text{ m}; y = 3 \text{ m}; z = 3 \text{ m}$

Candidato n.º \_\_\_\_\_

6. Um investigador procurou repovoar, em determinado local, uma população de répteis. Pressuponha que o modelo de crescimento da população é definido pela expressão:

$$p(t) = \frac{232}{1 + 3e^{-0,5t}}$$

onde  $t$  representa o tempo, em meses.

Nas questões seguintes, selecione a única opção correta.

- 6.1. O número de répteis que existia no início do repovoamento é:

(A) 232

(D) 202

(B) 82

(E) 116

(C) 58

(F) 164

- 6.2. Indique ao fim de quantos meses existirão 165 répteis desta espécie (considere o resultado arredondado às unidades).

(A) 2

(D) 5

(B) 3

(E) 6

(C) 4

(F) 7

Candidato n.º \_\_\_\_\_

## QUESTÕES OPTATIVAS

Resolva apenas duas questões de entre as questões 7, 8 e 9.

7. Uma loja está a saldar jogos para consolas, sendo o custo por unidade de 5 euros. Se um cliente comprar mais de 10 jogos, pelos 10 primeiros paga o preço estabelecido e nos restantes tem um desconto de 1 euro por jogo.

Nas questões seguintes, seleccione a única opção correta.

- 7.1. Das expressões seguintes, indique a que permite calcular o valor  $P$  a pagar, em euros, por um cliente que compra  $x$  jogos.

(A)  $P(x) = \begin{cases} 5x, & x \leq 10 \\ 4x, & x > 10 \end{cases}$

(B)  $P(x) = \begin{cases} 5, & x \leq 10 \\ 50 + 4x, & x > 10 \end{cases}$

(C)  $P(x) = \begin{cases} 5x, & x \leq 10 \\ 10 + 4x, & x > 10 \end{cases}$

(D)  $P(x) = \begin{cases} 50, & x \leq 10 \\ 50 + 4x, & x > 10 \end{cases}$

(E)  $P(x) = \begin{cases} 50, & x \leq 10 \\ 5x + 4x, & x > 10 \end{cases}$

(F)  $P(x) = \begin{cases} 5x, & x \leq 10 \\ 50 + 4x, & x > 10 \end{cases}$

- 7.2. O João dispõe de 136 euros e pretende comprar o maior número de jogos possível. Nas condições estabelecidas, o João consegue:

(A) Comprar 31 jogos, gastando todo o seu orçamento

(B) Comprar 27 jogos, sobrando-lhe 2 euros

(C) Comprar 34 jogos, gastando todo o seu orçamento

(D) Comprar 31 jogos, sobrando-lhe 2 euros

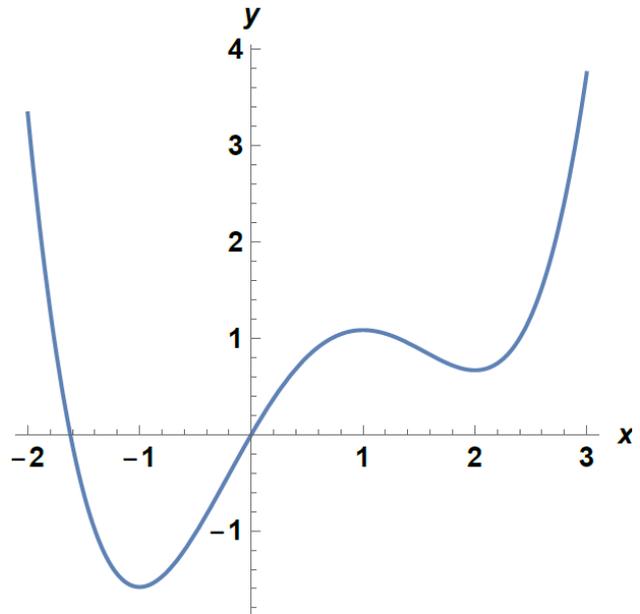
(E) Comprar 27 jogos, sobrando-lhe 20 cêntimos

(F) Comprar 31 jogos, sobrando-lhe 50 cêntimos

Candidato n.º \_\_\_\_\_

8. Considere o gráfico da seguinte função polinomial

$$f(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{2x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 2x$$



8.1. Selecione a única afirmação verdadeira:

- (A)  $f'(0) = f(0) = 0$
- (B)  $f'(0) = f'(1) > 0$
- (C)  $f'(-1) \cdot f'(1) > 0$
- (D)  $f'(-1) \cdot f'(1) < 0$
- (E)  $f'(-2) \cdot f\left(\frac{5}{2}\right) < 0$
- (F)  $f(-2) \cdot f\left(\frac{5}{2}\right) < 0$

8.2. Selecione a única afirmação falsa:

- (A) A função  $f$  é decrescente em  $]-\infty, -1[$
- (B) A função  $f$  é crescente em  $] - 1, 1[ \cup ] 2, +\infty[$
- (C) A função  $f'$  é negativa em  $] - 1, 1[ \cup ] 2, +\infty[$
- (D) A função  $f'$  é positiva em  $] - 1, 1[ \cup ] 2, +\infty[$
- (E) A função  $f'$  tem três zeros
- (F) A função  $f$  tem dois zeros

Candidato n.º \_\_\_\_\_

9. Seja  $x$  um número real positivo. Considere a seguinte função

$$f(x) = e^{2 \ln(x)} + \log(10^{2x}) - \log_5 \left( \frac{5^3}{5^2} \right)$$

Nas questões seguintes, selecione a única opção correta.

9.1. Indique uma expressão equivalente à expressão da função anterior para

$x > 0$ .

(A)  $4x - 1$

(D)  $x^2 + 2x - 1$

(B)  $2x^2 + 2x - 5$

(E)  $4x - 5$

(C)  $2x^2 + 2x$

(F)  $4x$

9.2. Determine o valor de  $x$  que anula a função  $f$ .

(A)  $\frac{1}{2}$

(D)  $\sqrt{4} - 1$

(B)  $0$

(E)  $\sqrt{2} - 1$

(C)  $-\sqrt{2} - 1$

(F)  $0,45$

Candidato n.º \_\_\_\_\_

## COTAÇÃO

### PARTE B (100 PONTOS)

Grupo	Questão			Cotação (pontos)
Grupo I	<b>Obrigatórias</b>			
	1.1.			1
	1.2.			1
	1.3.			1
	1.4.			1
	2.1.			6
	2.2.			6
	<b>Optativas</b>			
	3.1.	4.1.		7
	3.2.	4.2.		7
	<b>Subtotal</b>			<b>30</b>
	Grupo II	<b>Obrigatórias</b>		
5.1.			10	
5.2.			10	
6.1.			10	
6.2.			10	
<b>Optativas</b>				
7.1.		8.1.	9.1.	8 (x 2)
7.2.		8.2.	9.2.	7 (x 2)
<b>Subtotal</b>			<b>70</b>	
<b>Total</b>			<b>100</b>	